

**Propriedades do Núcleon.** Designamos pela nomenclatura genérica *núcleon* aos prótons e aos nêutrons em um núcleo. Estas partículas têm, similarmente ao elétron, spin  $\frac{1}{2}\hbar$  (são, portanto, férmions). O nêutron é uma partícula nuclear sem carga elétrica; o próton por sua vez tem carga elétrica de sinal oposto ao da carga do elétron. Prótons são assim as partículas responsáveis pelo cancelamento da carga resultante em um átomo eletricamente neutro. A massa do nêutron é cerca de 14% maior do que a massa do próton:  $m_n = 939,57 \text{ MeV}/c^2$ ;  $m_p = 938,28 \text{ MeV}/c^2$ . A diferença das massas do nêutron e do próton é assim igual a  $m_n - m_p = 1,29 \text{ MeV}/c^2 \approx 2$  vezes a massa do elétron.

**Distribuição de Carga e de Matéria em Núcleons.** A carga elétrica de um próton não está concentrada em um ponto, mas é simetricamente distribuída em torno do centro do próton. O raio médio de um próton por sua vez é dado por  $R_p \approx 0,8 \text{ fm} \approx R_n$ . Uma distribuição estendida de carga elétrica também ocorre nos nêutrons, de tal modo que carga positiva é encontrada em sua região mais central, carga esta que é cancelada pela carga negativa contida nas regiões não centrais do nêutron. A distribuição de matéria em núcleons também se estende por uma distância  $R_p$ .

**Momento de Dipolo Magnético.** Ambas as partículas, p e n, apresentam momento de dipolo magnético,  $\mu_p$  e  $\mu_n$ , alinhados com seus spins:  $\mu_p = 2,79284 (e\hbar/2m_p)$ ;  $\mu_n = -1,91304 (e\hbar/2m_p)$ . Estes resultados estão em desacordo com os resultados correspondentes preditos pela teoria de Paul Dirac que descreve propriedades elétricas e magnéticas de partículas fundamentais. Nesta teoria, os resultados esperados seriam  $\mu_p = 1 (e\hbar/2m_p)$  e  $\mu_n = 0$ . Esses resultados são indicativos de que nem o próton nem o nêutron são partículas realmente fundamentais. Há evidências experimentais que indicam que tanto o próton quanto o nêutron representam os estados fundamentais de sistemas compostos. Estas evidências indicam ainda que prótons e nêutrons são constituídos de partículas fundamentais, denominadas de quarks, interagindo por meio da troca de glúons, partículas não massivas, similares aos fótons, que são os portadores fundamentais da interação forte. Este será um dos temas que discutiremos mais adiante no curso.

**Potencial Núcleon-Núcleon.** As energias cinéticas e potenciais envolvidas na dinâmica dos núcleons em um núcleo tem ordens de grandeza expressivamente menores do que as energias envolvidas em processos de excitação de quarks em um núcleo. É portanto razoável supor que o núcleo se comporta, nesta faixa de energias, como um sistema ligado de núcleons (ao invés de um sistema de quarks e glúons), interagindo entre si, mas permanecendo os núcleons, basicamente, em seus estados fundamentais. Neste contexto, o entendimento da física de um núcleo pressupõe a descrição das interações entre os núcleons. Ainda assim, o fato dos núcleons não serem, estritamente falando, partículas fundamentais, torna a descrição das propriedades de interação destes sistemas bastante complexa. Afortunadamente, descrições simplificadas (empíricas) da interação entre os núcleons, especialmente na região denominada de *região de baixas energias*, possibilitam o conhecimento de propriedades fundamentais destes sistemas em bom acordo com os dados da fenomenologia.

**O Deutério.** A formulação empírica mais conhecida para descrever a interação entre dois núcleons é baseada na equação de Schrödinger com um potencial de interação com parâmetros ajustáveis, de modo que as soluções de energia e de outros graus de liberdade deste sistema possam descrever os resultados experimentais. Estes parâmetros

do potencial são ajustados com base no conhecimento das propriedades de baixa energia do deutério, --- o sistema nuclear mais simples, constituído por um próton e um nêutron ---, e os correspondentes dados experimentais do espalhamento, a baixas energias, entre dois núcleons. O deutério apresenta as seguintes propriedades fundamentais: energia de ligação  $E_D = 2,23 \text{ MeV}$ ; momentum angular total  $j = 1$ ; momento de dipolo magnético  $\mu_D = 0,8574$  (em unidades de  $e\hbar/2m_p$ ); momento de quadrupolo elétrico<sup>1</sup>  $Q^D = 0,286 \text{ fm}^2$ . Não existem, ademais, estados ligados constituídos por dois prótons (di-próton) ou dois nêutrons (di-nêutron). Raio quadrático médio do deutério:  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0,96$  (em fm).

**Energia de Ligação Nuclear do Deutério.** O núcleo é um sistema ligado, contendo 1 próton e um nêutron, cuja energia de ligação é representada por  $E_D$ . A relação de Einstein, entre massa e energia, possibilita escrevermos a expressão da energia de ligação do deutério  $E_L$  na forma:

$$E_D = m_p c^2 + m_n c^2 - M_D c^2 \quad (1)$$

onde  $M_D c^2$  representa a energia de repouso do núcleo de Deutério. Para compreendermos o significado desta definição, expressamos a energia de ligação do deutério na forma:

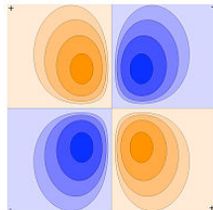
<sup>1</sup> O termo quadrupolo é usado para caracterizar uma dada configuração de carga elétrica ou de corrente elétrica ou ainda de uma distribuição de massa gravitacional. Do ponto de vista da física nuclear, o momento de quadrupolo elétrico é representado por uma expansão matemática denominada de 'expansão de multipolo' que reflete as várias ordens de complexidade da expansão. Por exemplo, o termo de mais baixa ordem da expansão multipolar elétrica produzida por uma distribuição de carga elétrica corresponde ao valor absoluto desta carga elétrica. O tensor momento de quadrupolo elétrico de um sistema discreto de cargas elétricas  $q_n$  em um núcleo pode ser escrito como

$$Q_{ij} = \sum_n q_n (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) ,$$

e no caso de uma distribuição contínua de cargas elétricas, o tensor momento de quadrupolo elétrico pode ser escrito como

$$Q_{ij} = \int \rho(x) (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) d^3 x ,$$

onde  $\rho(x)$  representa a função densidade da distribuição de carga elétrica. Tensores são a generalização dos conceito de vetor. O momento de quadrupolo tem 9 componentes, que se reduzem a 5 devido à invariância rotacional e às propriedades do traço do tensor. Os valores dos momentos de quadrupolo elétrico, assim como as demais componentes multipolares (excetuando o momento de monopolo), dependem da escolha de referencial. O exemplo abaixo mostra o exemplo típico de uma distribuição clássica de um quadrupolo elétrico, onde aparecem duas cargas elétricas positivas e duas cargas elétricas negativas situadas nos cantos de um quadrado. O monopolo de momento elétrico (carga total) desta configuração é zero; da mesma forma, o momento de dipolo elétrico, para um referencial colocado no centro da figura, é também nulo. Mas o momento de quadrupolo elétrico desta figura não pode ser reduzido a zero, independentemente da localização do referencial.



O potencial elétrico de um quadrupolo elétrico é:

$$V_i(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \frac{1}{|\mathbf{R}|^3} \sum_{i,j} Q_{ij} n_i n_j ,$$

$$E_D^L = m_p c^2 + m_n c^2 + E_{\text{DECR}} - |V_{\text{DEPR}}| \equiv m_p c^2 + m_n c^2 - M_D c^2 \quad (2)$$

Nesta expressão,  $E_{\text{DECR}}$  e  $|V_{\text{DEPR}}|$  representam, respectivamente, a energia cinética relativa e a energia potencial de interação entre o próton e o nêutron no deutério, energia potencial esta que é predominantemente atrativa (embora a força nuclear contenha componentes atrativas e repulsivas). Portanto,

$$M_D c^2 \equiv E_{\text{DECR}} - |V_{\text{DEPR}}| \quad (3)$$

e para que o sistema seja ligado a seguinte condição deve ser satisfeita

$$E_{\text{DECR}} < |V_{\text{DEPR}}| \quad (4)$$

E do ponto de vista da mecânica quântica, a energia cinética relativa do deutério pode ser escrita como

$$E_{\text{DECR}} = \int \Psi^{*D}(\mathbf{R}, t) \mathcal{O}_{\text{DECR}} \Psi^D(\mathbf{R}, t) d^3R \quad (5)$$

onde  $\mathcal{O}_{\text{DECR}} = -\hbar^2 (2m)^{-1} \partial^2_{\mathbf{R}}$ , representa o operador energia cinética relativa do deutério; a energia potencial de interação do deutério pode ser expressa por sua vez na forma

$$V_{\text{DEPR}} = \int \Psi^{*D}(\mathbf{R}, t) \mathcal{O}_{\text{DEPR}} \Psi^D(\mathbf{R}, t) d^3R \quad (6)$$

onde  $\mathcal{O}_{\text{DEPR}} = V^D(\mathbf{R}, t)$  é o operador energia potencial. A função  $\Psi^D(\mathbf{R}, t)$  é solução da equação de onda de Schrödinger:

$$i\hbar \partial_t \Psi^D(\mathbf{R}, t) = -\hbar^2 (2m)^{-1} \partial^2_{\mathbf{R}} \Psi^D(\mathbf{R}, t) + V(\mathbf{R}, t) \Psi^D(\mathbf{R}, t) \quad (7)$$

**Massa Nuclear do Deutério. Unidade de Massa Atômica.** Experimentalmente, são as massas de íons atômicos ao invés das massas dos núcleos que são medidas tal que, representando por  $M_{\text{neutro}}^D$  a massa neutra do deutério, então

$$M_{\text{neutro}}^D = m_p + m_n - E_D^L/c^2 - E_{\text{Lelétron}}/c^2 \quad (8)$$

onde  $E_{\text{Lelétron}}/c^2$  representa a energia de ligação do elétron atômico. Segundo o modelo estatístico de Thomas-Fermi (L.H. Thomas (1903-1992), Enrico Fermi (1901-1954)), desenvolvido em 1927

$$E_{\text{Lelétron}} \approx 20,8Z^{7/3} \text{eV} \quad (9)$$

A unidade empregada na descrição das massas atômicas e nucleares é denominada de 'unidade de massa atômica' (uma) tal que  $1 \text{ uma} = (1/12) \text{ massa do átomo de } ^{12}\text{C neutro} = 931,5016 \pm 0,026 \text{ MeV}/c^2$ .

**Forças Nucleares.** Quando os núcleons estão próximos (a distâncias da ordem de  $10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ fm}$ ), tornam-se suscetíveis à uma força de curto alcance e muito intensa, denominada

de força nuclear forte. A força nuclear forte apresenta componentes atrativas e repulsivas. As componentes atrativas são dominantes para distâncias da ordem de 1 fm e, para distâncias expressivamente menores, as componentes repulsivas são as dominantes (caroço duro). É por meio do balanço entre as componentes atrativas e repulsivas da força nuclear que um núcleo estável se forma. A força nuclear apresenta dependência das coordenadas do espaço-tempo, das velocidades e dos spins dos nucleons, mas é independente da carga elétrica nuclear. Ademais, a força nuclear apresenta componentes centrais e não centrais. É exatamente pelo fato da força nuclear apresentar componentes centrais e não centrais que o deutério não tem um momentum angular definido. Isto porque, o estado fundamental do deutério representa uma combinação de estados S ( $L = 0$ ; 96% de probabilidade) e D ( $L = 2$ ; 4% de probabilidade).

### Problemas.

- Os spins do nêutron e do próton são alinhados no deutério. Mostre que o momento de dipolo magnético do deutério é 3% menor do que a soma dos momentos de dipolo magnético do próton e do nêutron. Qual pode ser a origem desta discrepância?
- Dê um exemplo de quadropolo magnético.
- Dê um exemplo de quadropolo gravitacional.
- Determine, no caso do deutério, o valor de  $E_{L\text{elétron}}/c^2$ . Solução:  $20,8\text{eV}/c^2$ .
- Determine as massas dos nêutrons e dos prótons em *uma*. Solução:  $1,00866 \text{ uma}$  e  $1,007276 \text{ uma}$ .
- Determine a massa do deutério em unidades de massa atômica. Solução:  $2,0135 \text{ uma}$ .
- Determine a energia de ligação do deutério. Solução:  $2,226 \text{ MeV}$ .
- Considere um elétron confinado em um núcleo cujo diâmetro é 10-14m; estime sua energia cinética mínima. Solução:  $61,5 \text{ MeV}$ .
- Estime, no núcleo do caso anterior, a energia Coulombiana do deutério. Solução:  $-6,6 \text{ MeV}$ .
- O momento de quadropolo elétrico de uma distribuição de carga elétrica nuclear, simétrica em torno do eixo z, é dada por  $Q = e^{-1} \int (3z^2 - r^2) \rho(x,y,z) dx dy dz$ , onde  $\rho(x,y,z)$  representa a distribuição de carga elétrica e  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . Considerando uma distribuição elipsoidal de carga, tal que  $a^{-2}(x^2 + y^2) + b^{-2}z^2 = 1$ , o momento de quadropolo elétrico se reduz a  $Q = (2/5)Z (b^2 - a^2)$ , onde Z é a carga elétrica nuclear total. Considerando o raio nuclear médio tal que  $R_0^3 = a^2b$  (o volume do elipsóide é  $(4/3)\pi a^2b$ ), com  $R_0 + \delta R_0 = b$ , mostre que  $Q = (6/5)ZR_0^2(\delta R_0/R_0)$ .
- Determine os estados possíveis do deutério se o seu momentum angular total tem numero quântico  $J = 1$ . Solução:  ${}^3S_1, {}^3P_1, {}^1P_1, {}^3D_1$ .
- Determine o valor do magnéton nuclear. Solução:  $3,15 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$ ;  $5,03 \times 10^{-27} \text{ J/T}$ .
- Qual é a razão entre o magnéton nuclear e o magnéton de Bohr do elétron. Solução:  $5,45 \times 10^{-4}$ .
- Para o  ${}^{155}_{64}\text{Gd}$ , o momento de quadropolo é dado por  $130\text{fm}^2$ . Se  $R_0 = (1,4\text{fm})A^{1/3}$ , encontre  $\delta R_0/R_0$ . Solução:  $2,99\%$ .
- Usando o Princípio da Incerteza e supondo que o méson  $\pi$  é o portador da força nuclear, estime seu alcance. Solução:  $1,4 \text{ fm}$ .